Prof : Ben Rached .F	Epreuve : Mathématiques
	Section : Sciences expérimentales
	Classes:4ème année de l'enseignement secon
	Durée :2h — Devoir de Contrôle N°1

Exercice N°1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{x}\cos(x)}{x+1} & si\ x \geq 0 \\ \frac{x^2}{2(\sqrt{x^2+1}-1)} & si\ x < 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout $x \geq 0$ on a : $\frac{1-\sqrt{x}}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{1+\sqrt{x}}{x+1}$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) Montrer que f est continue en 0

4) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f o f(x)$

5)a) Montrer que f est continue sur $]0; +\infty[$

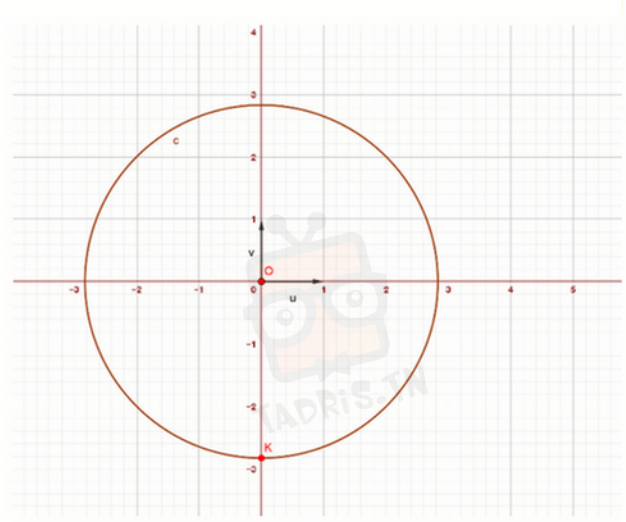
b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution $\alpha \in]\frac{\pi}{2}; \pi[$

c) Montrer que $\tan(\alpha) = -\sqrt{\alpha - 1}$

6) On considéré la fonction g définie sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ par $g(x) = \begin{cases} f\left(\frac{1}{\cos(x)}\right) & si\ x \in [0 ; \frac{\pi}{2}[\\ 0 & si\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Montrer que g est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$

Exercice N°2



Dans la figure ci-contre , $(O,\vec{U},\vec{V})$ *est* un repère orthonormé direct du plan et (C) est le cercle de centre O et passant par le point K

d'affixe $Z_K = -i2\sqrt{2}$

1) On considère les points A et C d'affixes respectives $Z_A = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$ et $Z_C = Z_A + \overline{Z_A}$

a) Montrer que A est le milieu du segment $[KC]$

b) Mettre Z_A sous forme exponentielle

c) Construire les points A et C

2) Soit $\theta \in [0,2\pi[$.On désigne par M le point du plan d'affixe $Z_M = \sqrt{6} - i\sqrt{2} + 2\sqrt{2}e^{i\theta}$

a) Déterminer la valeur de θ pour que M= O

b)Montrer que lorsque θ varie dans $[0,2\pi[$ le point M appartient au cercle Γ de diamètre $[KC]$

3) On considère le point B d'affixe ,$Z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$

a) Vérifier que le point B appartient au cercle (C)

b) Montrer que la droite (OB) est tangente au cercle Γ en O

c) Construire le point B